

Mixed models

Jonathan Harrington

datasets.zip noch einmal laden, wenn asp.txt,
lex.txt nicht vorhanden sind

```
library(lme4)
```

```
library(multcomp)
```

Mixed model (MM)

Ein MM ist eine Art von Regression in dem ein Response (abhängige Variable) aus einer Kombinationen von gewichteten Faktoren eingeschätzt wird.

Lineares Modell, Minimierung vom Abstand zwischen tatsächlichen und eingeschätzten Werten.

(Das Verfahren um dies zu tun, ist nicht least-squares wie in Regression sondern maximum-likelihood)

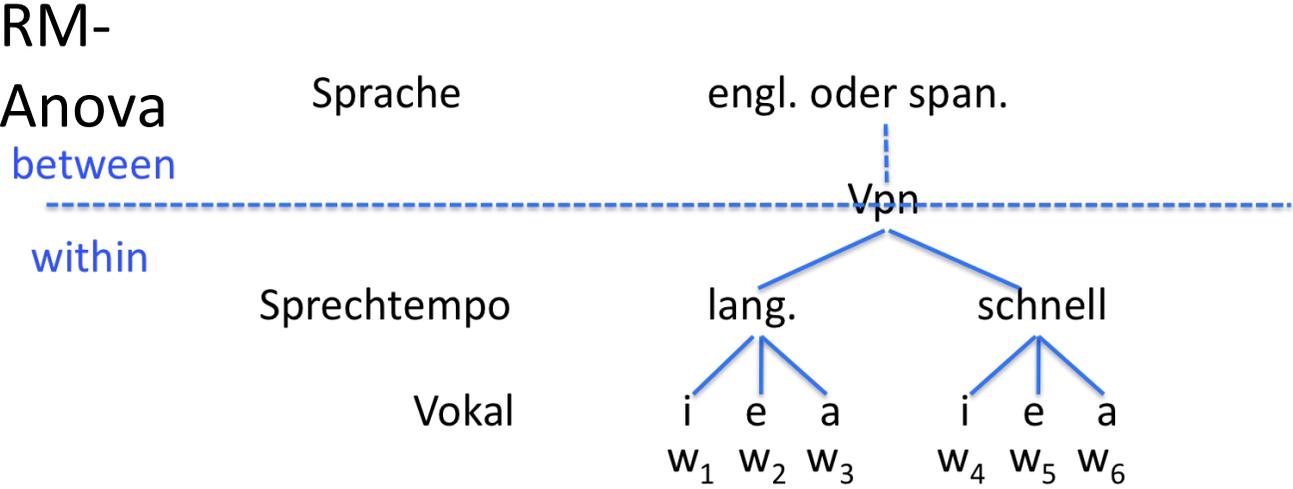
Mixed Model und Faktoren

Im MM-Verfahren wird prinzipiell zwischen 2 verschiedene Sorten von Faktoren differenziert

- Fixed = Faktoren die vorhanden sind, unabhängig von dem experimentellen Design (z.B. Geschlecht, Sprache, Alter)
- Random: Faktoren, die randomisierte Stichproben aus einer Bevölkerung enthalten (z.B. Versuchspersonen, Wörter).

Vergleich: MM und RM-ANOVA

Die Kieferposition wurde in 3 Vokalen /i, e, a/ und jeweils zu 2 Sprechtempi (langsam, schnell) gemessen. Die Messungen sind von 8 mit Muttersprache spanisch, 8 mit Muttersprache englisch aufgenommen worden.



MM

Fixed: Sprache, Sprechtempo, Vokal

soll geprüft werden

Random: Sprecher

soll ausgeklammert werden

Vergleich: MM und RM-ANOVA

F1 von /a:/ wurde in 100 verschiedenen Wörtern gemessen (*Bart, Pfad, mager, maßgebend, erstarrt...*). Die Wörter wurden von 10 Vpn produziert sowohl phrasenmedial als auch phrasenfinal. Inwiefern wird F1 von Phrasenposition beeinflusst (N.B. F1 variiert sehr stark wegen Kontext, also von Wort zu Wort).

(a) Wir wollen die Sprechervariation ausklammern (Random Factor)

(b) Wir wollen aber auch die Wortvariation ausklammern (dass F1 unterschiedliche Werte hat in *Bart vs. mager* usw. interessiert uns nicht).

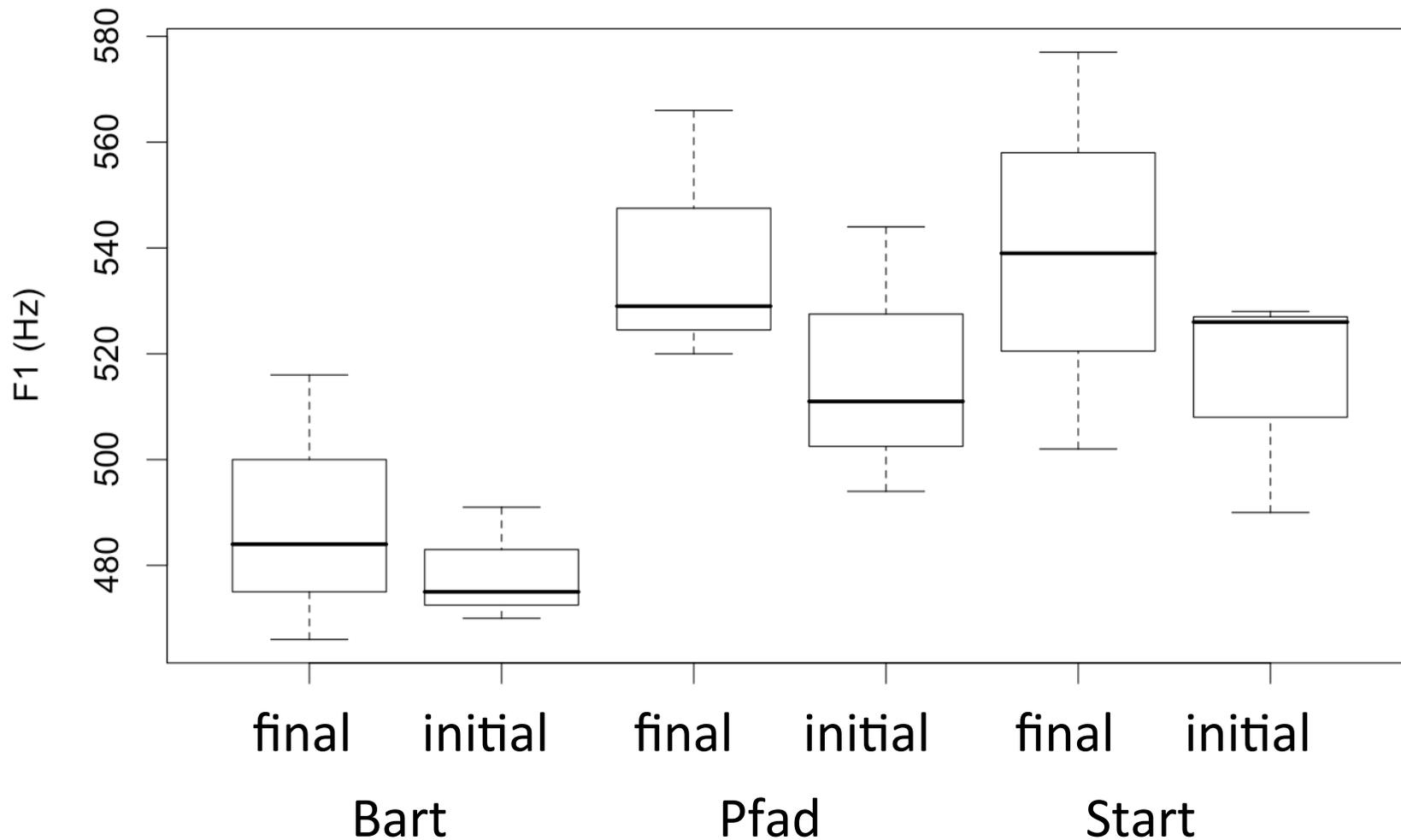
(a) und (b) gleichzeitig ausklammern in einem RM-Anova geht nicht.

MM

fixed: Phrasenposition

random: Sprecher, Wort

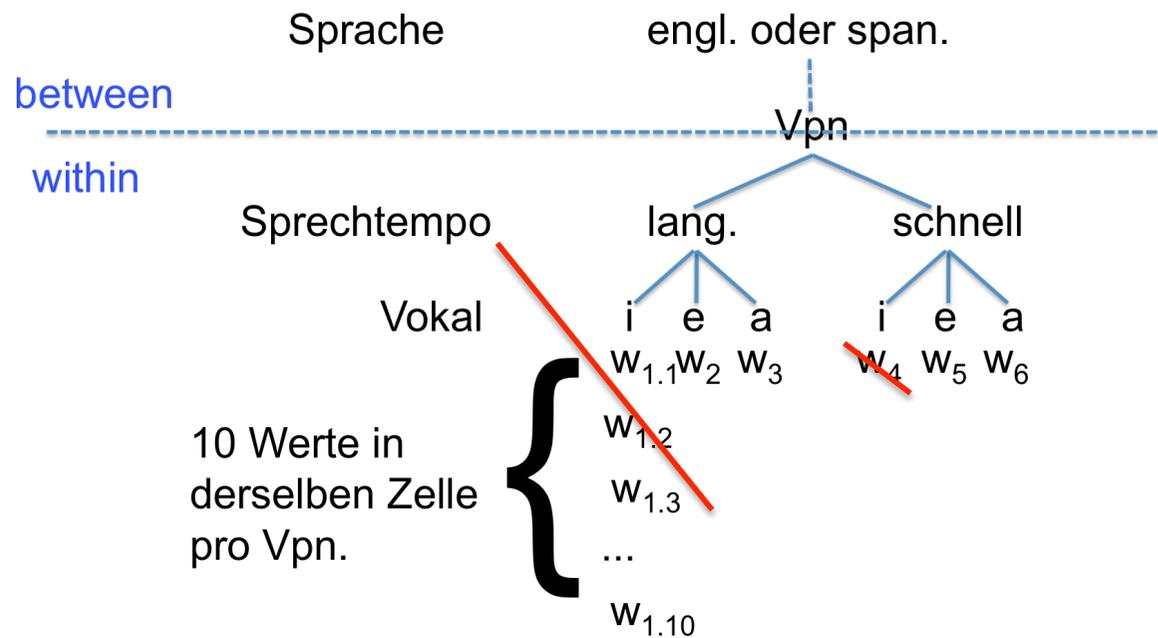
(b) Wir wollen auch die Wortvariation ausklammern (dass F1 unterschiedliche Werte hat in *Bart* vs. *mager* usw. interessiert uns nicht).



Vergleich: MM und RM-ANOVA

In einem MM:

- müssen die Zellen nicht vollständig sein
- es muss nicht über Wiederholungen gemittelt werden



Wann soll der MM verwendet werden?

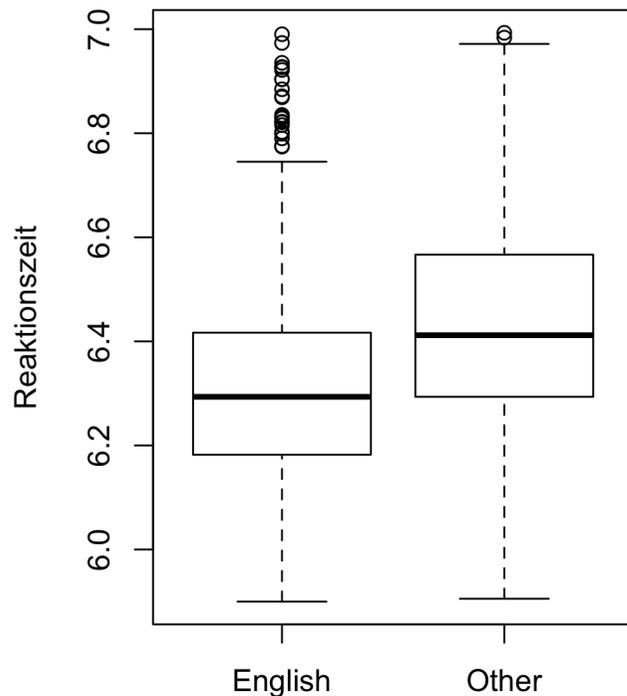
1. Wenn ein RM-Anova nicht/kaum einsetzbar ist:

- Einige unabhängige Variablen sind kontinuierlich
- mehr als ein Random Faktor.
- unvollständige Daten ('fehlende Zellen')
- man will nicht über Wiederholungen mitteln

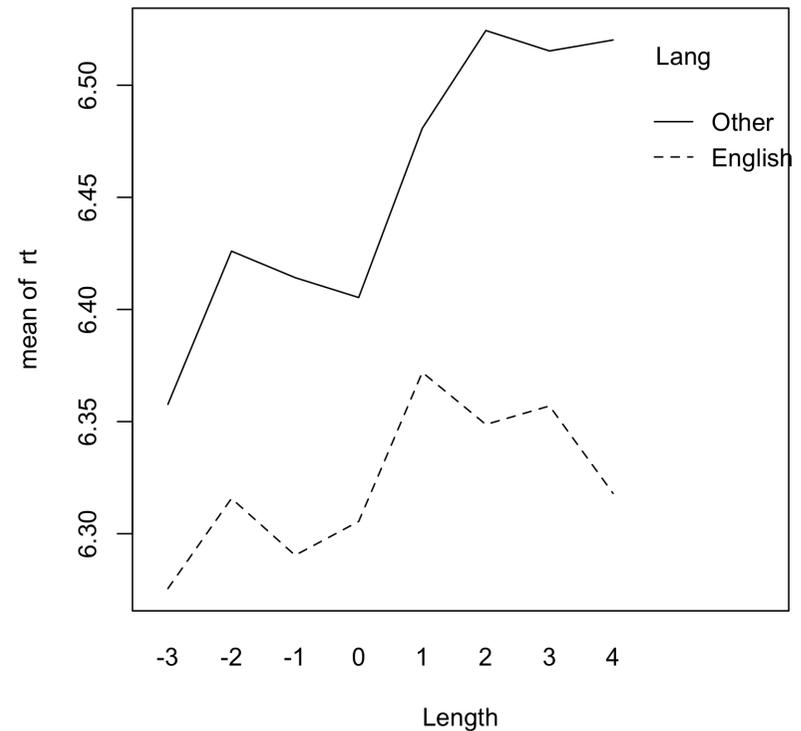
2. Ein MM ist nur robust bei einer großen Anzahl von Stichproben – mindestens insgesamt 200-300, je mehr umso besser.

Abbildungen

```
boxplot(rt ~ Lang, ylab = "Reaktionszeit", data = lex)  
with(lex, interaction.plot(Lang, Length, rt))
```



Lang signifikant?



Length sig? (= liegt ein Trend vor?)

Lang * Length Interaktion? (bedeutet...?)

MM Anwendung in R

keine Interaktion

$\text{lmer}(\text{response} \sim \text{fixed1} * \text{fixed2} * \dots + (1 | \text{Random1}) + (1 | \text{Random2}) + \dots$

$\text{mm} = \text{lmer}(\text{rt} \sim \text{Lang} * \text{Length} + (1 | \text{Subj}) + (1 | \text{Word}), \text{data} = \text{lex})$

fitted(mm)

eingeschätzter RT

$$\hat{\text{rt}} = b_1 \text{Lang} + b_2 \text{Length} + b_3 (\text{Lang} \times \text{Length}) + k + k_{\text{Subj}} + k_{\text{Word}}$$

by-subject
intercept
adjustment

by-word
intercept
adjustment

Hier werden 3 Neigungen und 3 Intercepts (also 6 Parameter) berechnet, sodass der Abstand zwischen rt und $\hat{\text{rt}}$ minimiert wird.

Beitrag vom Random Faktor

Benötigen wir Word als Random Factor?
entweder

```
mm2 = update(mm, ~ . -(1 | Word))
```

oder

```
mm2 = lmer(rt ~ Lang * Length + (1 | Subj), data = lex)  
anova(mm, mm2)
```

Berechne wieder das
gleiche wie für mm
berechnet wurde, aber
lass (1 | Word) weg:

```
mm2: rt ~ Lang * Length + (1 | Subj)  
mm:  rt ~ Lang * Length + (1 | Subj) + (1 | Word)  
      Df      AIC      BIC    logLik  Chisq  Chi Df Pr(>Chisq)  
mm2   6 -1199.04 -1166.94    605.52  
mm    7 -1295.61 -1258.15    654.80 98.568      1 < 2.2e-16 ***
```

mm (mit (1 | Word)) wird bevorzugt, da AIC niedriger ist

(Daher benötigen wird (1 | Word))

Beitrag der Fixed-Faktoren

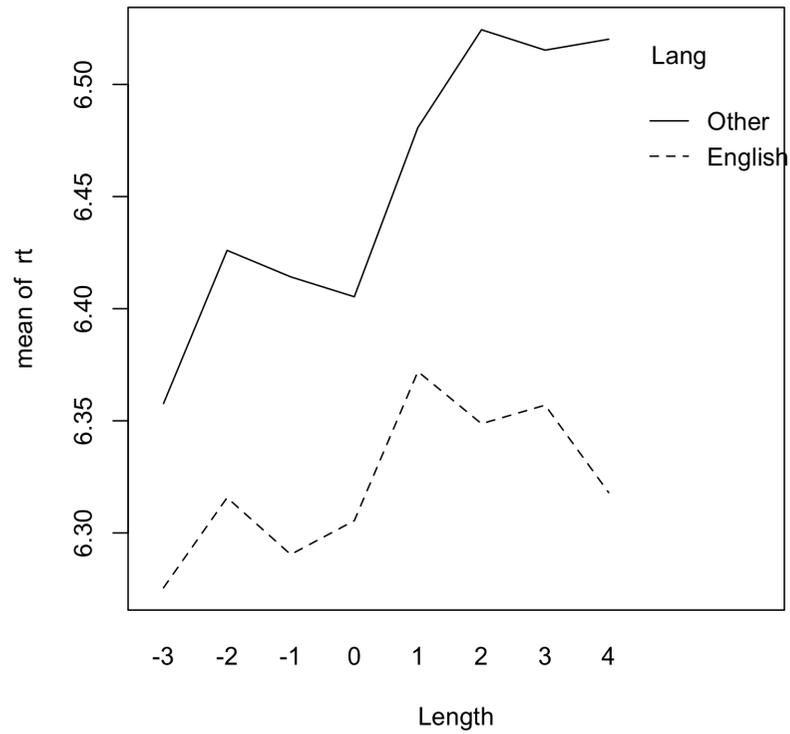
`anova(mm)`

Analysis of Variance Table

	Df	Sum Sq	Mean Sq	F value
Lang	1	0.13993	0.13993	6.2512
Length	1	0.47000	0.47000	20.9972
Lang:Length	1	0.36477	0.36477	16.2961

Je größer der F-Wert, umso wichtiger ist der Faktor. Es werden aber keine Wahrscheinlichkeiten berechnet, da die Freiheitsgrade in einem MM-Modell im Nenner nicht festgestellt werden können.

(a) Lang* Length Interaktion



Die Frage = ?

(a) Lang* Length Interaktion

Lang:Length weglassen und Modelle vergleichen.

```
mm3 = lmer(rt ~ Lang + Length + (1 | Subj) + (1 | Word), data = lex)
```

oder

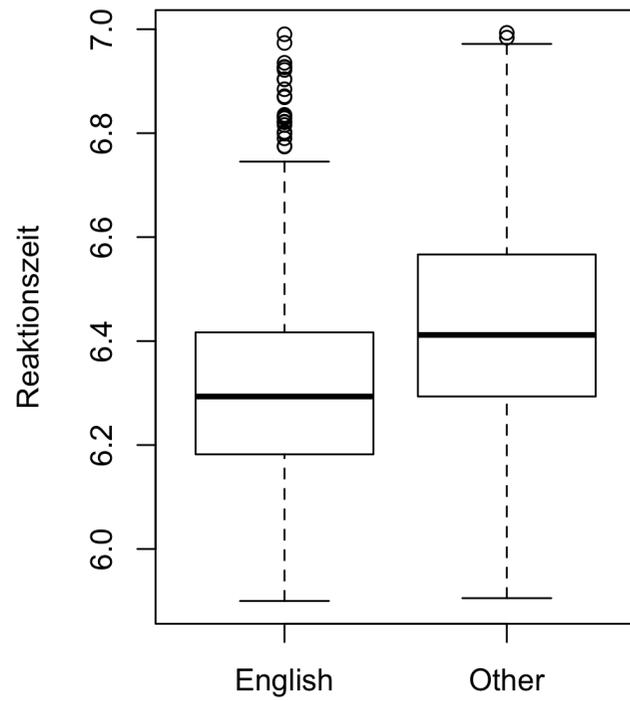
```
mm3 = update(mm, ~ . -(Lang:Length))
```

```
anova(mm, mm3)
```

	Df	AIC	BIC	logLik	Chisq	Chi	Df	Pr(>Chisq)
mm3	6	-1281.43	-1249.32	646.71				
mm	7	-1295.61	-1258.15	654.80	16.181		1	5.756e-05 ***

Die Interaktion zwischen den Faktoren hatte einen signifikanten Einfluss auf die Reaktionszeiten ($\chi^2[1] = 16.2, p < 0.001$)

(b) Lang



Die Frage?

(b) Lang

```
mm4 = update(mm3, ~ . - Lang)
anova(mm3, mm4)
```

```
mm4: rt ~ Length + (1 | Subj) + (1 | Word)
mm3: rt ~ Lang + Length + (1 | Subj) + (1 | Word)
      Df      AIC      BIC  logLik  Chisq Chi Df Pr(>Chisq)
mm4   5 -1277.55 -1250.79   643.77
mm3   6 -1281.43 -1249.32   646.71  5.8803    1  0.01531 *
```

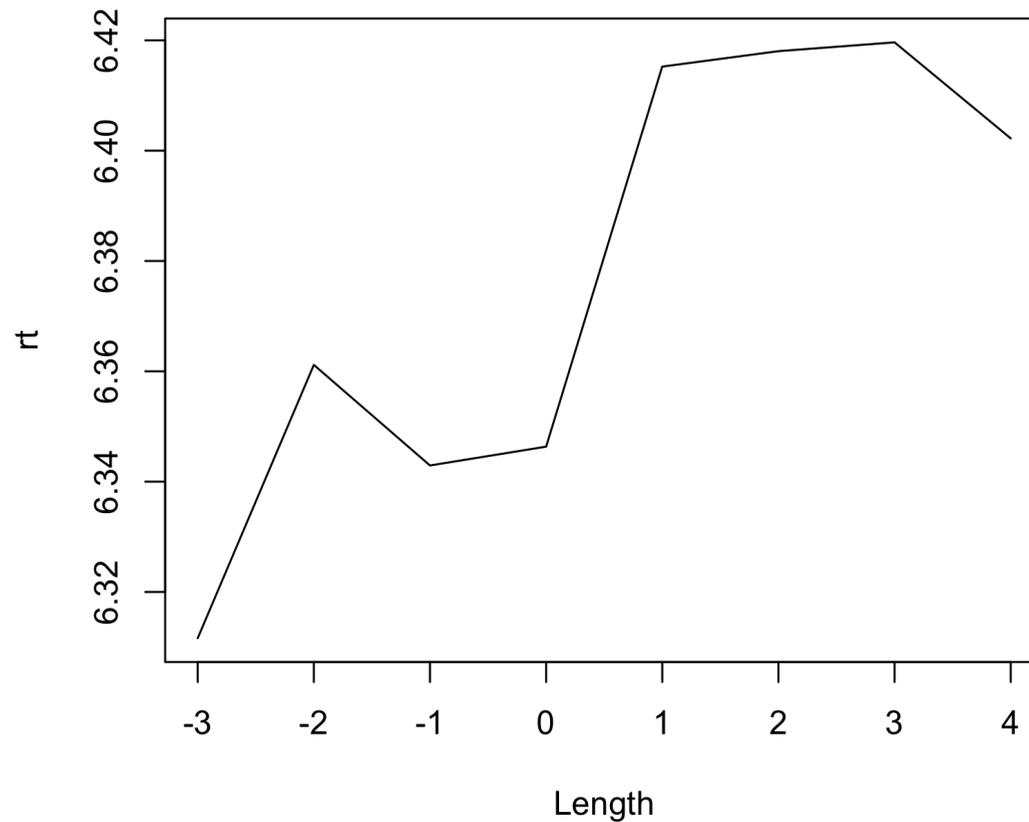
Reaktionszeiten wurden signifikant von Language beeinflusst ($\chi^2[1] = 5.9, p < 0.05$)

(c) Length

Die Frage?

```
m = with(lex, aggregate(rt, list(Length), mean))
```

```
plot(m[,1], m[,2], type="l", xlab="Length", ylab="rt")
```



(c) Length

```
mm5 = update(mm3, ~ . - Length)
anova(mm3, mm5)
```

Data: lex

Models:

```
mm5: rt ~ Lang + (1 | Subj) + (1 | Word)
```

```
mm3: rt ~ Lang + Length + (1 | Subj) + (1 | Word)
```

	Df	AIC	BIC	logLik	Chisq	Chi	Df	Pr(>Chisq)
mm5	5	-1264.41	-1237.66	637.20				
mm3	6	-1281.43	-1249.32	646.71	19.017		1	1.295e-05 ***

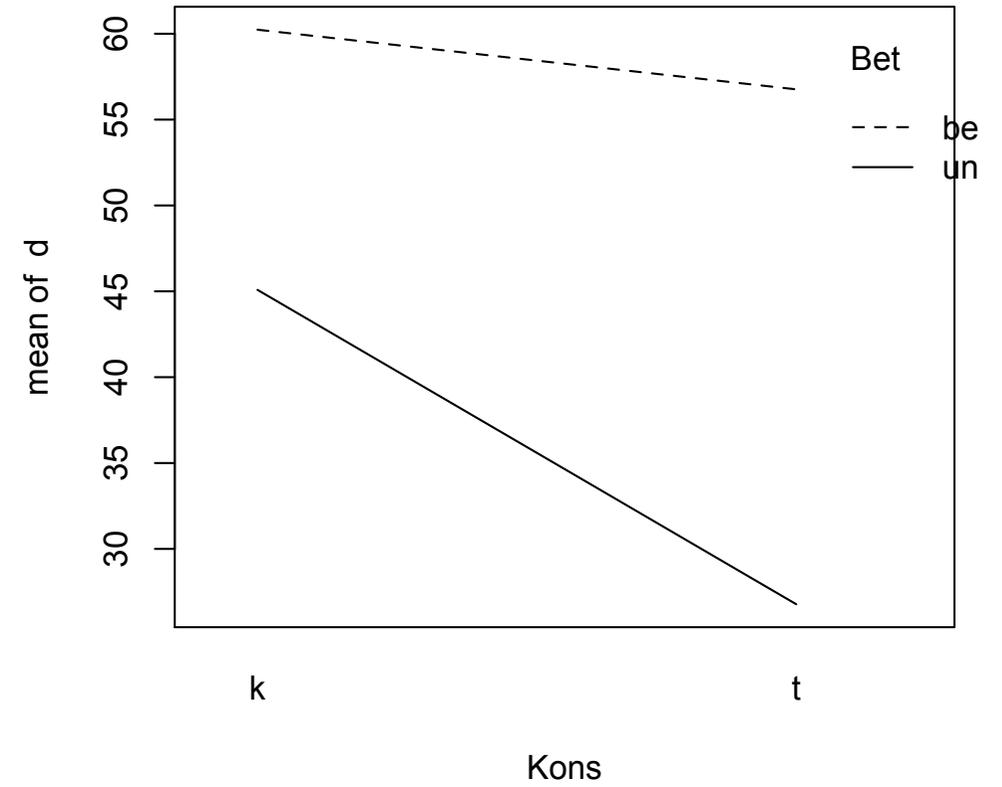
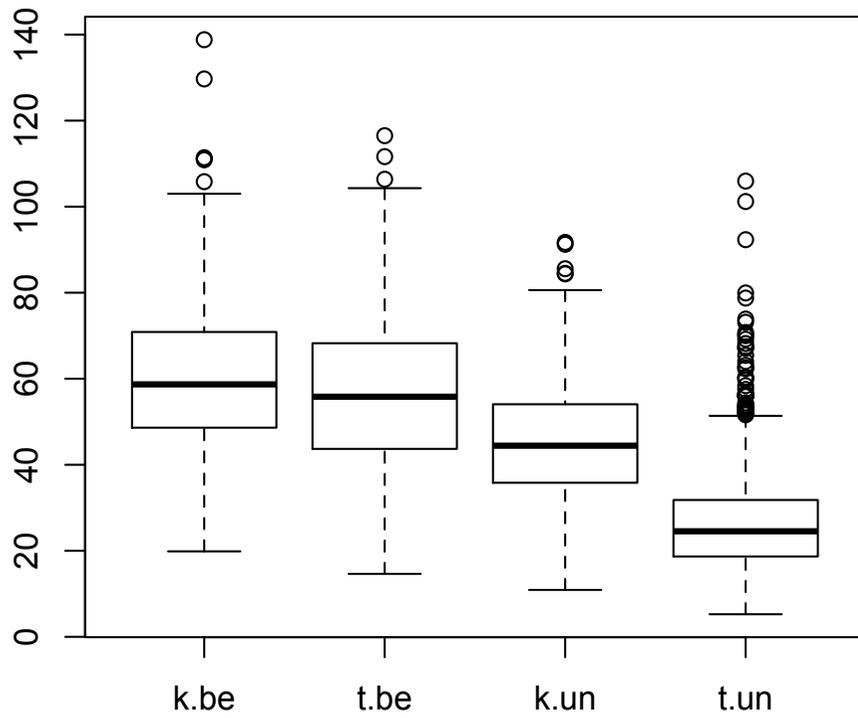
Reaktionszeiten wurden signifikant von Length beeinflusst ($\chi^2[1] = 19.0$, $p < 0.001$)

Der Data-Frame asp enthält Werte der Aspirationsdauer von silbeninitialem /t/ und /k/ aus gelesenen Sätzen in dem Kielcorpus. Diese Dauern sind für 55 Versuchspersonen und 287 Wörter erhoben worden. (Die Versuchspersonen produzierten nicht alle dieselben Wörter). Inwiefern wird die Aspirationsdauer von der Artikulationsstelle (/k/, /t/) oder von der Silbenbetonung ("betont", "unbetont") beeinflusst?

Vorgang

1. Abbildungen: `boxplot()`, `interaction.plot()`
2. `lmer()`, Festlegung von fixed und random factors
3. Prüfen ob
 - (a) wir die random factors benötigen
 - (b) die Interaktion signifikant ist
 - (c) es für die fixed factors Haupteffekte gibt
4. ggf. Die Kombinationen der Factor-Stufen prüfen

1. Abbildungen



lmer(), fixed factors, random factors

a = lmer(...)

F-Werte für fixed-factors anschauen

Interaktion signifikant?

Mit Interaktion

`a = lmer(...)`

Ohne Interaktion

`b = update(a, ~ ., etwas)`

Unterscheiden sich a und b?

Haupteffekte signifikant?

Ohne Interaktion

$b = \text{update}(a, \sim . \text{etwas})$

Ohne Interaktion und ohne fixed factor

$d = \text{update}(b, \sim . \text{etwas})$

Unterscheiden sich b und d?

Post-hoc Tukey Tests

Faktoren, die post-hoc getestet werden sollen, zu einem neuen Faktor verbinden

```
beide = factor(with(asp, paste(Kons, Bet, sep=".")))  
e = lmer(d ~ beide + (1 | Wort) + (1 | Vpn), data = asp)  
library(multcomp)  
summary(glht(e, linfct = mcp(beide = "Tukey")))
```

```
Fit: lmer(formula = d ~ beide + (1 | Wort) + (1 | Vpn), data = asp)
```

Linear Hypotheses:

	Estimate	Std. Error	z value	Pr(> z)	
k.un - k.be == 0	-14.427	1.852	-7.791	<0.001	***
t.be - k.be == 0	-4.553	1.659	-2.745	0.0304	*
t.un - k.be == 0	-32.794	1.406	-23.326	<0.001	***
t.be - k.un == 0	9.874	1.852	5.332	<0.001	***
t.un - k.un == 0	-18.367	1.773	-10.359	<0.001	***
t.un - t.be == 0	-28.241	1.590	-17.765	<0.001	***